



Cursillo Matemáticas 2: Números Ideales.

MILTON ESPINOZA

Instituto de Matemáticas - Universidad de Valparaíso

Resumen

Este es un cursillo de dos sesiones dirigido a estudiantes de pre y posgrado. El objetivo es discutir una generalización del teorema fundamental de la aritmética que considera no sólo los números enteros sino que también los complejos. Recordemos que el teorema fundamental de la aritmética afirma que todo número entero mayor que 1 puede escribirse de manera única como un producto de números primos, salvo permutación de estos factores. En cambio, factorizaciones como

$$6 = 2 \cdot 3 = (1 + \sqrt{-5})(1 - \sqrt{-5})$$

nos insinúan que la situación no es tan sencilla sobre los números complejos. La idea ganadora para tratar fenómenos como estos la tuvo Kummer en el siglo XIX, quien definió ciertos “números ideales” capaces de factorizar números complejos hasta llegar a la anhelada unicidad. No obstante, medir cuán lejos están y de qué forma difieren estos números ideales de los comunes y silvestres es un problema contemporáneo.

En la primera sesión, estableceremos los objetos de estudio y definiremos un grupo que mide la diferencia entre los números ideales y los complejos. En la segunda sesión, usaremos la geometría euclidiana para mostrar que aquel grupo es finito y, en la medida que el tiempo lo permita, revisaremos cómo el análisis nos da una fórmula para su orden.