

Variedades abelianas con acción de grupo*

ANITA M. ROJAS

Departamento de Matemáticas, Universidad de Chile.

e-mail: `anir Rojas@uchile.cl`

11-13 de Noviembre 2016

Abstract

Comenzaremos esta charla con una breve introducción de los objetos bajo estudio; estos son, variedades abelianas y superficies de Riemann. Mostraremos cómo resultados de álgebra, específicamente de teoría de representaciones, permiten estudiar algo de la geometría de estos objetos.

Luego nos concentraremos en el hecho que la acción de un grupo finito G en una variedad abeliana A , induce un morfismo del álgebra del grupo G sobre los racionales en los Endomorfismos (rationales) de A .

Explicaremos la relación que existe entre las representaciones del álgebra del grupo G y una descomposición de la variedad A en producto de subvariedades de dimensión menor. Estudiaremos aplicaciones de tales resultados al estudio de problemas fundamentales y aún abiertos en esta área de investigación. Además de mostrar algunos resultados [5] obtenidos en dirección a dichas preguntas.

En particular, en la conjetura de Coleman [1], la cual dice que dado $g \geq 4$ hay sólo un número finito de superficies de Riemann, salvo isomorfismo, de género g con Jacobiana de tipo CM. Esto se sabe falso [4] para $g \leq 7$, pero la pregunta está aún abierta para $g \geq 8$.

Otro problema fundamental, aún abierto, lo constituyen las preguntas de Ekedahl y Serre [2]. Estas son, ¿es efectivo que para cada entero $g > 0$ hay una superficie de Riemann de género g cuya variedad Jacobiana es completamente descomponible? Más aún, ¿está acotado el género de superficies de Riemann con Jacobiana completamente descomponible?

Finalmente esperamos mostrar la relación, propuesta en [3], de todo lo anterior con una pregunta en [4, Question 6.6], respecto a la existencia de subvariedades especiales de dimensión positiva en el *lugar Jacobiano* tales que la variedad abeliana correspondiente a elemento genérico sea completamente descomponible.

*Fondecyt 1140507, Conicyt PIA ACT1415.

References

- [1] R. Coleman, ‘Torsion points on curves’ Galois representations and arithmetic algebraic geometry, *Adv. Studies Pure Math.* 12, (1987) 235-247.
- [2] T. Ekedahl, J.-P. Serre, ‘Exemples de courbes algébriques à jacobienne complètement décomposable’, *C. R. Acad. Sci. Paris Sér. I Math.* 317, vol. 5 (1993) 509–513.
- [3] P. Frediani, A. Ghigi, M. Penegini, ‘Shimura varieties in the Torelli locus via Galois coverings’, *Geometriae Dedicata* (2015) 1–16.
- [4] B. Moonen F. Oort, ‘The Torelli locus and special subvarieties’, *Handbook of Moduli*, 2 (2011) 549–594.
- [5] J. Paulhus A. M. Rojas, ‘Completely decomposable Jacobian varieties in new genera’, *Experimental Mathematics*, to appear (2016).