Coloquio IµUV

Punto Fijo en Espacios Uniformes

Raúl Fierro Pradenas
e-mail: raul.fierro@uv.cl

23 de abril de 2024

Resumen

Dado un conjunto no vacío, X, $a \in X$, y una función, $f : X \to X$, se dice que a es un punto fijo de f, si y solo si, $f(a) = a$. Este nivel de generalidad sobre el conjunto X no permite, con frecuencia, establecer condiciones sobre f, para la existencia de un punto fijo. Un resultado emblemático, debido a Banach [1], establece que si (X, d) es un espacio métrico completo y f una contracción, entonces f posee un punto fijo. Diversos otros resultados se desprenden de este teorema, el cual se inscribe en lo que se conoce como Teoría Métrica del Punto Fijo. Por otra parte, Brouwer [2] demostró que si X es la bola usual en el espacio euclideano y f es continua, entonces f posee un punto fijo. Este resultado se extiende a espacios localmente convexos (Teoría Topológica de Punto Fijo). Espacios métricos y espacios localmente compactos son espacios uniformes, por consiguiente, ambas teorías se encuentran en un mismo ambiente si se asume que X es un espacio uniforme.

En este coloquio revisaremos algunos resultados sobre punto fijo en espacios uniformes.

Referencias

[1] S. Banach. Sur les opérations dans les ensembles abstraits et leur applications aux équations intégrales. *Fundamenta. Mathematicae.*, Vol. 3(1):133–181, 1922.

[2] L.E.J. Brouwer. Über abbildungen von mannigfaltigkeiten. *Mathematische Annalen*, 70:161–115, 1912.