

# Método de elementos finitos adaptativos

Alejandro Allendes\*

Michael Karkulik\*

El *Método de Elementos Finitos* (MEF), es hoy en día una herramienta fundamental para la aproximación de soluciones de ecuaciones diferenciales ordinarias (EDO) y/o parciales (EDP). En general, el método consiste en aproximar las soluciones de dichas ecuaciones mediante funciones que vivan en espacios de dimensión finita, que preferentemente están dadas por funciones polinomiales a trozos, construidas en base a una partición (malla) del dominio en donde se define la EDO o EDP. La teoría asociada al MEF se puede dividir en dos: la primera es la conocida *teoría a priori*, la cual se ocupa de existencia, unicidad y convergencia óptima de los métodos, donde la última entrega comportamientos asintóticos de convergencia; la segunda corresponde a la *teoría a posteriori* la cual busca acelerar dicha convergencia, o en casos más críticos recuperar convergencia óptima, mediante estimación del error y algoritmos adaptativos en particiones sucesivas del dominio.

El curso consiste en clases teóricas y laboratorios de programación en MATLAB. Primero presentaremos las nociones básicas de la teoría a priori, para lo cual basados en una EDO, presentaremos:

- Resultados de existencia y unicidad, pero en un contexto de soluciones débiles, mediante el Teorema de Lax-Milgram;
- Un Método de Elementos Finitos de bajo orden Lagrangeano y su convergencia óptima, para lo cual utilizaremos teoría de interpolación y un resultado de mejor aproximación (Lema de Cea);
- Una implementación numérica del MEF.

En segundo lugar, presentaremos las nociones básicas de la teoría a posteriori, en donde nuevamente basados en una EDO, presentaremos;

- Construcción de estimadores de error del tipo residual, basados en el estudio de la ecuación del error en conjunto con resultados de interpolación;
- Un algoritmo adaptativo, en donde nace la idea *de marcar para refinar*;
- Una implementación numérica del MEF adaptativo.

---

\*Departamento de Matemática, Universidad Técnica Federico Santa María, [alejandro.allendes@usm.cl](mailto:alejandro.allendes@usm.cl), [michael.karkulik@usm.cl](mailto:michael.karkulik@usm.cl)

## Bibliografía

1. Mark Ainsworth and J. Tinsley Oden, *A posteriori error estimation in finite element analysis*, John Wiley & Sons, 2011.
2. Susanne C. Brenner, L. Ridgway Scott, *The Mathematical Theory of Finite Element Methods* (Texts in Applied Mathematics), Springer Science & Business Media, 2007.
3. Mats G. Larson and Fredrik Bengzon, *The Finite Element Method: Theory, Implementation, and Practice*, Springer, 2013.