Coloquio IμUV

Algebras de evolución.

Alicia Labra
Departamento de Matemáticas,
Facultad de Ciencias, Universidad de Chile,
e-mail: alimat@uchile.cl

05 de Septiembre 2017

Resumen

Las álgebras de evolución fueron introducidas en 2006 por Tian y Vojtechovsky en su trabajo "Mathematical concepts of evolution algebras in non-Mendelian genetics "(ver [5]). Más tarde, en 2008 Tian da los fundamentos de las álgebras de evolución en su libro "Evolution algebras and their applications"[6]. En él se establecen numerosas conecciones con otros campos de la matemática como son la teoría de grafos, procesos estocásticos, teoría de grupos, sistemas dinámicos. Concretamente, se muestra la estrecha relación existente entre las álgebras de evolución, la genética no mendeliana y las cadenas de Markov, que no son más que algebras de evolución cuya matriz de coeficientes es una matriz estocástica. Algebraicamente las álgebras de evolución son álgebras no asociativas.

Un álgebra de evolución es un álgebra E con una base contable $B = \{e_1, \cdots, e_n, \cdots,\}$ tal que $e_ie_j = 0 = e_je_i$ para cualquier $1 \leq i \neq j \leq n$. Se llama una base natural. Dada una base natural $B = \{e_1, \ldots, e_n\}$ de E, $e_i^2 = \sum_{j=1}^{n} \alpha_{ij}e_j$ para algunos escalares $\alpha_{ij} \in F$, $1 \leq i, j \leq n$. La matriz $A = \left(\alpha_{ij}\right)$ es la matriz de las constantes de estructura de E, relativa a la base natural B.

Se tiene que toda álgebra de evolución es conmutativa. Trataremos con álgebras de evolución de dimensión finita.

En esta conferencia a cada álgebra de evolución y una base natural para ella, le asociamos un digrafo con peso asignado a sus vértices (digrafos con peso). Las propiedades del álgebra de evolución se relacionan con las correspondientes propiedades en el digrafo. El uso de estas propiedades simplifica y da una nueva luz a resultados existentes, y nos permite el descubrimiento de nuevos resultados puramente algebraicos para estas álgebras. Veremos que la nilpotencia de un álgebra de evolución será equivalente a la no existencia de ciclos orientados en el grafo. Además probaremos que el grupo de automorfismo de un álgebra de evolución E with $E = E^2$ será siempre finito.

Referencias

[1] Cabrera Casado, Y., Siles Molina, M., Velasco, M: V., *Evolution algebras of arbitrary dimension and their decompositions.* Linear Alg. and its Appl. (2016), 495, 122-162.

[2] Cabrera Casado, Y., Siles Molina, M., Velasco, M: V., *Classifications of three dimensional evolution algebras* Linear Alg. and its Appl. (2017), 524, 68-108.

[3] Elduque, A., and Labra, A., *Evolution algebras and graphs,* Journal of Algebra and its Applications **14** (7), (2015), 1550103 (10 pages).

[4] Elduque, A., Labra, A., *On nilpotent Evolution algebras,* Linear Alg. and its Appl. (2016), no. 7, 1550103, 10 pp.

[5] J. P. Tian and P. Vojtechovsky, *Mathematical concepts of evolution algebras in non-Mendelian genetics,* Quasigroups Related Systems 14 (1), (2006), 111-122.

[6] J. P. Tian Evolution algebras and their applications. Lecture Notes in Mathematics, 1921, Springer-Verlag, Berlin, 2008.